

Stanisław Barzowski

Adres: 81-472 Gdynia ul. Legionów 113/5
Adres email: arox606@gmail.com
Nazwa szkoły: Gimnazjum nr 24 w Gdyni
Klasa: III gm
Adres szkoły: 81-405 Gdynia ul. Legionów 27
Numer telefonu do szkoły: 58 622 18 33

Zadanie: 3
Arkusz: 1/1

Spostrzeżenie 1. Dla dowolnych rzeczywistych dodatnich liczb x, y, z zachodzi:

$$\sqrt{x+y+z} > \sqrt{x+y}$$

Spostrzeżenie 2. Dla dowolnych rzeczywistych dodatnich x, y, z , takich, że $y > z$ zachodzi:

$$\frac{x}{y} < \frac{x}{z}$$

Spostrzeżenie 3. Dla dowolnej liczby rzeczywistej dodatniej x zachodzi:

$$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}} = x \cdot x^{-\frac{1}{2}} = \frac{x}{\sqrt{x}}$$

Korzystając ze spostrzeżeń 1 i 2 można wywnioskować, że dla dowolnych rzeczywistych dodatnich a, b, c zachodzi:

$$\frac{a}{\sqrt{a+b}} > \frac{a}{\sqrt{a+b+c}}$$

$$\frac{b}{\sqrt{b+c}} > \frac{b}{\sqrt{a+b+c}}$$

$$\frac{c}{\sqrt{c+a}} > \frac{c}{\sqrt{a+b+c}}$$

Z powyższych trzech można wywnioskować, że:

$$\frac{a}{\sqrt{a+b}} + \frac{b}{\sqrt{b+c}} + \frac{c}{\sqrt{c+a}} > \frac{a}{\sqrt{a+b+c}} + \frac{b}{\sqrt{a+b+c}} + \frac{c}{\sqrt{a+b+c}}$$

$$\frac{a}{\sqrt{a+b}} + \frac{b}{\sqrt{b+c}} + \frac{c}{\sqrt{c+a}} > \frac{a+b+c}{\sqrt{a+b+c}}$$

Korzystając ze spostrzeżenia 3:

$$\frac{a}{\sqrt{a+b}} + \frac{b}{\sqrt{b+c}} + \frac{c}{\sqrt{c+a}} > \sqrt{a+b+c}$$

Co kończy dowód.