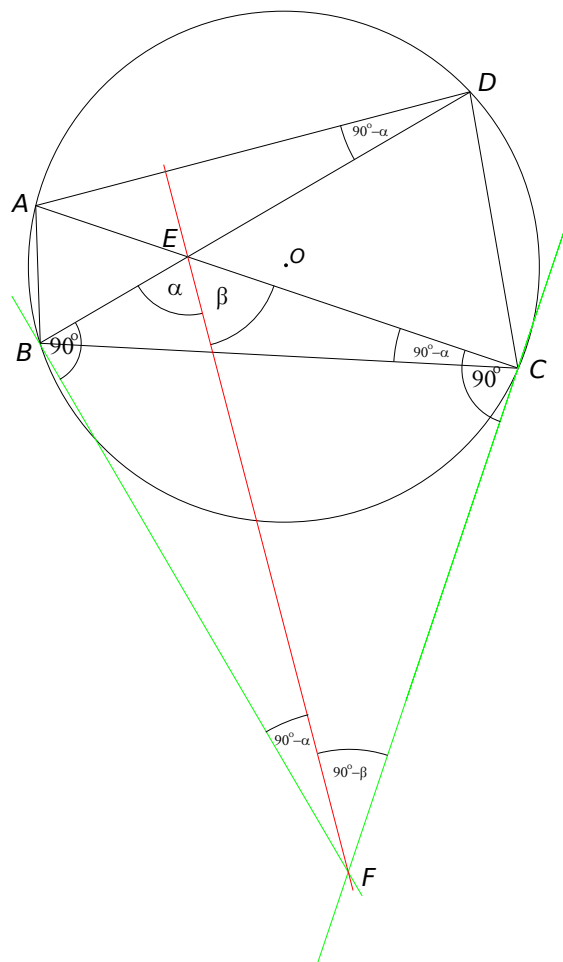


Stanisław Barzowski

Adres: 81-472 Gdynia ul. Legionów 113/5  
 Adres email: arox606@gmail.com  
 Nazwa szkoły: Gimnazjum nr 24 w Gdyni  
 Klasa: III gm  
 Adres szkoły: 81-405 Gdynia ul. Legionów 27  
 Numer telefonu do szkoły: 58 622 18 33

Zadanie: 6  
 Arkusz: 1/4



$$|\angle EBF| = 90^\circ \text{ ponieważ } FB \perp BD$$

$$|\angle ECF| = 90^\circ \text{ ponieważ } FC \perp AC$$

$\triangle EBF$  jest prostokątny, ponieważ,  $|\angle EBF| = 90^\circ$ .

Przyjmijmy  $|\angle BEF| = \alpha$  wtedy:

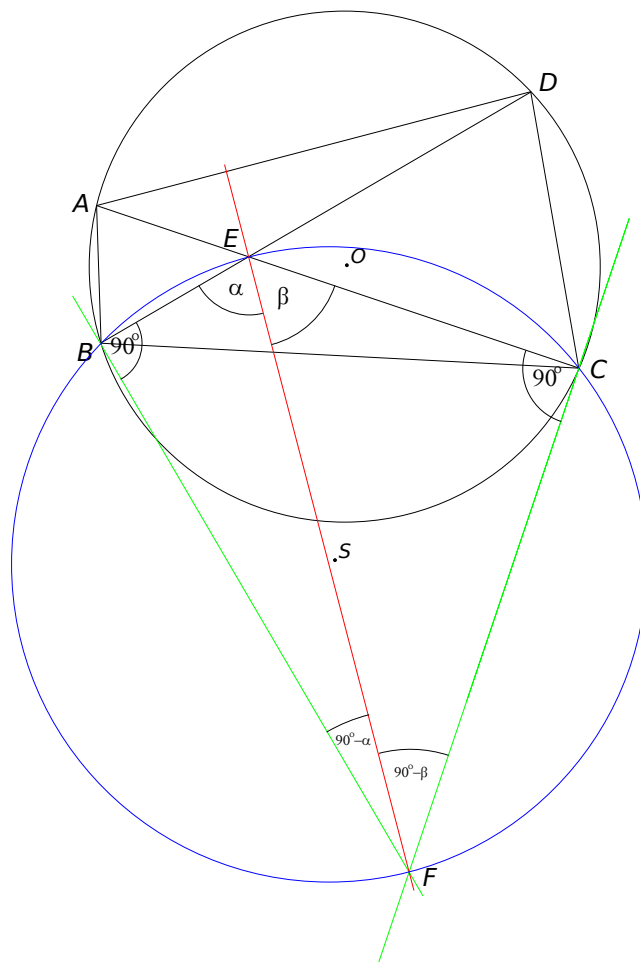
$$|\angle BFE| = 90^\circ - \alpha$$

Analogicznie:

$\triangle ECF$  jest prostokątny, ponieważ,  $|\angle ECF| = 90^\circ$ .

Przyjmijmy  $|\angle CEF| = \beta$  wtedy:

$$|\angle CFE| = 90^\circ - \beta$$



$$|\sphericalangle BFE| + |\sphericalangle CFE| = |\sphericalangle BFC|$$

$$90^\circ - \alpha + 90^\circ - \beta = |\sphericalangle BFC|$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) = |\sphericalangle BFC|$$

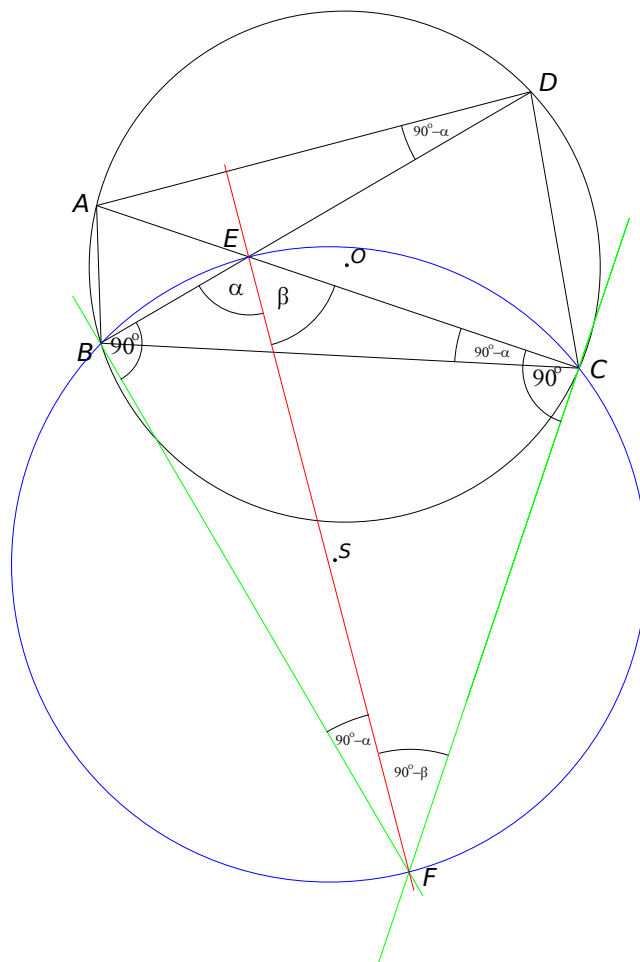
$$\alpha + \beta = |\sphericalangle BEF| + |\sphericalangle CEF| = |\sphericalangle BEC|$$

$$180^\circ - |\sphericalangle BEC| = |\sphericalangle BFC|$$

$$|\sphericalangle BFC| + |\sphericalangle BEC| = 180^\circ$$

$$|\sphericalangle EBF| + |\sphericalangle ECF| = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

Więc na czworokącie  $ECFB$  możemy opisać okrąg. Oznaczmy jego środek przez  $S$ .



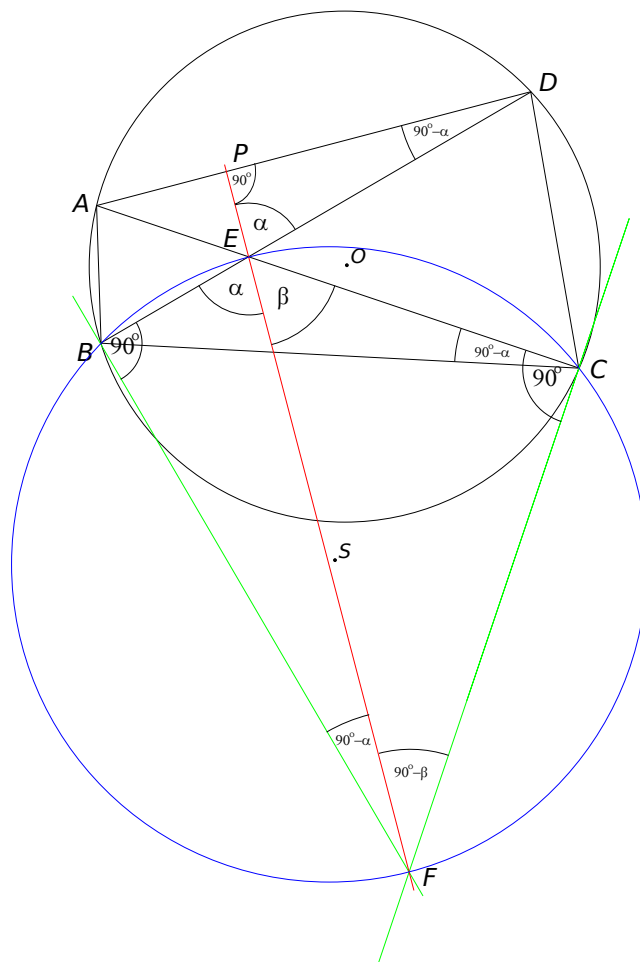
$\sphericalangle ECB$  i  $\sphericalangle BFE$  są wpisane w okrąg o środku  $S$  i oparte na łuku  $EB$ , więc:

$$|\sphericalangle ECB| = |\sphericalangle BFE| = 90^\circ - \alpha$$

$\sphericalangle ECB$  i  $\sphericalangle BDA$  są wpisane w okrąg o środku  $O$  i oparte na łuku  $AB$ , więc:

$$|\sphericalangle BDA| = |\sphericalangle ECB| = 90^\circ - \alpha$$

Czyli  $|\sphericalangle BDA| = 90^\circ - \alpha$



Oznaczmy przez  $P$  punkt przecięcia prostej  $EF$  z prostą  $AD$ .

$$|\angle PDE| = |\angle BDA| = 90^\circ - \alpha$$

Ponieważ  $\angle PED$  i  $\angle BEF$  są wierzchołkowe to:

$$|\angle PED| = |\angle BEF| = \alpha$$

Zgodnie z twierdzeniem o sumie kątów w trójkącie:

$$|\angle EPD| + |\angle PDE| + |\angle PED| = 180^\circ$$

$$|\angle EPD| + 90^\circ - \alpha + \alpha = 180^\circ$$

$$|\angle EPD| + 90^\circ = 180^\circ$$

$$|\angle EPD| = 90^\circ$$

$$EP \perp AD$$

$$EF \perp AD$$

Co kończy dowód.